

Metoda științifică: Pendulul Matematic

Pendulul matematic

1. În știință se folosesc modele și teorii pentru descrierea fenomenelor fizice. După dezvoltarea unui model nou, acesta trebuie testat pentru a se verifica validitatea. Nicio teorie, oricât de simplă sau sofisticată nu este validă decât în cazul în care predicțiile acesteia sunt în concordanță cu rezultatele experimentale. Laboratorul este un mediu în care factorii externi sunt minimizați, astfel încât predicțiile teoretice să poată fi verificate cu precizie. Procesul de dezvoltare, testare și rafinare a modelelor se numește **metoda științifică**.

În continuare vom exemplifica metoda științifică în studiul pendulului matematic. Un pendul matematic, sau pendul simplu, este format dintr-o masă agățată de un fir subțire și care oscilează liber într-un singur plan (**Fig.1**). Dacă ar fi să observați o serie de oscilații complete ale pendulului, care din următoarele afirmații ar fi mai corecte? Timpul necesar pentru efectuarea unei oscilații complete:

- a) se modifică aleatoriu de la o oscilație la alta.
- b) crește considerabil de la o oscilație la alta.
- c) scade considerabil de la o oscilație la alta.
- d) nu se modifică apreciabil de la o oscilație la alta.

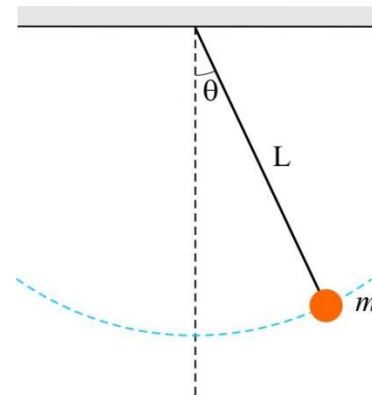


Fig. 1 Reprezentare schematică a unui pendul simplu.

2. Timpul necesar pentru efectuarea unei oscilații complete se numește perioada (T) pendulului. Uitați-vă la figura 1, ce parametri fizici credeți că pot afecta mișcarea pendulului?
3. Care parametri fizici pot fi modificați ?
4. Să considerăm lungimea pendulului (L), cum credeți că aceasta poate modifica perioada? Proporțional, invers proporțional sau într-un alt mod.

5. Să considerăm masa corpului (m), cum credeți că aceasta poate modifica perioada? Proporțional, invers proporțional sau într-un alt mod.

6. Să considerăm deviația unghiulară (θ) inițială, cum credeți că aceasta poate modifica perioada? Proporțional, invers proporțional sau într-un alt mod.

Pentru a răspunde în continuare, uitați-vă la **figura 2**.

7. Care este componenta greutății care acționează pe direcția de mișcare.

8. Țineți cont de faptul că nu există alte forte pe direcția mișcării (ignorăm frecarea cu aerul), folosind această componentă a greutății utilizați principiul fundamental al dinamicii ($\mathbf{F}=\mathbf{ma}$) pentru a găsi accelerația tangențială. Reanalizați răspunsurile date mai sus.

Metoda științifică: Pendulul Matematic

Obiective

Pentru ilustrarea metodei științifice, în cadrul acestei lucrări, vom testa experimental validitatea ecuației care descrie comportamentul unui pendul simplu. Pe parcursul acestui proces veți învăța ce variabile influențează perioada unui pendul și cum se pot folosi relațiile fizice și datele experimentale pentru a obține diferite mărimi fizice.

După efectuarea acestui experiment trebuie să fiți capabili să:

1. Aplicați metoda științifică pentru a testa validitatea predicțiilor unui model fizic.
2. Să înțelegeți cum să modificați parametri fizici pentru a investiga predicții teoretice.
3. Să înțelegeți cum să aplicați aproximații pentru a facilita investigațiile și analizele experimentale.

Teorie

Un pendul matematic, sau pendul simplu, este format dintr-o masă agățată de un fir subțire și care oscilează liber într-un singur plan (Fig.1). Pentru un pendul ideal se consideră că toată masa este concentrată în centrul de masă a corpului care oscilează. Parametri fizici care descriu un pendul sunt (1) lungimea L a pendulului, (2) m masa corpului ce oscilează, (3) deviația unghiulară θ a pendulului și (4) perioada T a pendulului, care reprezintă timpul necesar pentru ca pendulul să realizeze o oscilație completă.

Pentru descrierea teoretică a mișcării de oscilație a unui pendul este util să realizăm o diagramă a forțelor (Fig.2).

O astfel de analiză ne permite să identificăm forțele relevante mișcării de oscilație. În cazul pendulului simplu forța care asigură oscilația este componenta tangențială a greutateii ($mg\sin\theta$). Astfel, accelerația corpului de-a lungul traiectorie

sale depinde de deviația θ precum și de accelerația gravitațională.

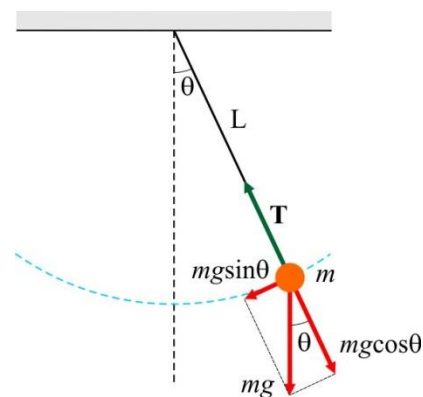


Fig. 2 Diagramă a forțelor în cazul unui pendul simplu.

Aplicarea unor principii fizice, precum și a unor elemente de matematică superioară ne va

conduce la următoarea expresie pentru perioada de oscilație:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{9}{64} \sin^4 \frac{\theta}{2} + \dots \right), \quad [1]$$

unde g reprezintă accelerația gravitațională. La calcularea lui T , pentru o deviație unghiulară dată θ , acuratețea crește odată cu creșterea numărului de termeni din serie care sunt evaluați.

Pentru unghiuri mici ($\theta \leq 10^\circ$), termenii din serie care conțin θ sunt mici relativ la unitate și pot fi ignorați într-o **primă aproximație**, astfel:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}. \quad [2]$$

Se poate observa, că perioada este independentă de masa corpului, de asemenea, în prima aproximație, este independentă și de deviația unghiulară.

Procedura experimentală

1. Realizați dispozitivul experimental sub îndrumarea cadrului didactic.
2. Investigați experimental aproximația unghiurilor mici [Ec.(2)]. Pentru aceasta determinați perioada pendulului pentru mai multe unghiuri enumerate în tabelul 1, păstrând lungimea și masa constante. Măsurați unghiul cu raportorul.

Pentru determinarea perioadei măsurați mai degrabă timpul necesar pentru efectuarea mai multor oscilații decât pentru o singură oscilație.

3. Investigați experimental dacă perioada pendulului este independentă de masa corpului care oscilează. Folosind trei mase diferite, determinați perioada păstrând lungimea și deviația unghiulară constante. Treceți datele în tabelul 2.
4. Investigați relația dintre lungimea pendulului și perioada acestuia folosind patru lungimi

diferite. Păstrați masa și deviația unghiulară constante. Înregistrați datele în tabelul 3.

5. Calculați perioada teoretică pentru fiecare lungime a pendulului. Datele se trec în tabelul 3. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$).
6. Calculați eroarea relativă dintre perioada experimentală și cea teoretică. Datele se trec în tabelul 3. Concluzionați privind aplicabilitatea ecuației 2.
7. Scopul procedurilor experimentale de până acum a fost să verificați aplicabilitatea ecuației 2. Presupunând că ați găsit această aproximație acceptabilă, în continuare vom vedea cum să determinăm alte mărimi fizice pornind de la date experimentale și considerând ecuația 2 corectă. Astfel, vom determina accelerația gravitațională, mărime ce intervine în ecuația 2. Ecuația 2 poate fi transformată astfel:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L$$

sau

$$L = \frac{g}{4\pi^2} T^2.$$

Astfel, reprezentând grafic $L=f(T^2)$ datele se vor așeza pe o linie a cărei pantă va fi $g/4\pi^2$.

8. Reprezentați grafic $L=f(T^2)$ folosind datele din tabelul 3.. Calculați valoarea accelerației gravitaționale. Calculați valoarea erorii relative.

Metoda științifică: Pendulul Matematic

Raport de Laborator

TABELUL DE DATE 1

Scop: Investigarea aproximației unghiurilor mici.

Masa, m _____, lungimea pendulului, _____

Unghi deviație (θ) ($^\circ$)	T ()		Eroare relativă (%)
	Exp.	Teoretic	
5			
10			
20			
30			
45			

Concluzii:

TABELUL DE DATE 2

Scop: Investigarea dependenței perioadei de masa corpului.

Unghi deviație, θ _____, lungimea pendulului, _____

m ()	T ()		Eroare relativă (%)
	Exp.	Teoretic	

Concluzii:

TABELUL DE DATE 3

Scop: Investigarea dependenței perioadei de lungimea pendulului.

Unghi deviație, θ _____, masa, _____

L ()	T ()		Eroare relativă (%)	T ² ()
	Exp.	Teoretic		

Concluzii:

Valoarea lui g extrasă din panta graficului _____

Întrebări:

1. Vi s-a sugerat ca în loc să măsurați valoarea perioadei pentru o singură oscilație să determinați perioada medie a 4-6 oscilații.

i) Care sunt avantajele acestei metode?

ii) Cum va fi afectat rezultatul dacă măsurați un număr **foarte mare** de oscilații și apoi faceți media?

2. Ce reprezintă metoda științifică?

3. Care sunt parametrii fizici implicați în studiul pendulului?

4. Ce reprezintă perioada pendulului?

5. Cum ați verificat experimental dependența perioadei pendulului de lungimea firului, masa corpului și de deviația unghiulară?

6. Ce înseamnă *aproximația unghiurilor mici*?

7. Cum se poate reprezenta grafic sub formă liniară o ecuație de tipul $y=ax^2$.